Concurso Público de ingresso para provimento de cargos de

Professor de Ensino Fundamental II e Médio
Matemática

Nome do Candidato: Caderno de Prova 'M09', Tipo 001

Nº de Inscrição: MODELO

Nº do Caderno: MODELO1

Nº do Documento: 0000000000000000

ASSINATURA DO CANDIDATO

00001−0001−0001

P R O V A Conhecimentos Específicos

INSTRUÇÕES

- Verifique se este caderno:
  - corresponde a sua opção de cargo.
  - contém 30 questões, numeradas de 1 a 30.

  Caso contrário, reclame ao fiscal da sala um outro caderno.
  Não serão aceitas reclamações posteriores.
- Para cada questão existe apenas UMA resposta certa.
- Você deve ler cuidadosamente cada uma das questões e escolher a resposta certa.
- Essa resposta deve ser marcada na FOLHA DE RESPOSTAS que você recebeu.

VOCÊ DEVE

- Procurar, na FOLHA DE RESPOSTAS, o número da questão que você está respondendo.
- Verificar no caderno de prova qual a letra (A,B,C,D,E) da resposta que você escolheu.
- Marcar essa letra na FOLHA DE RESPOSTAS, conforme o exemplo: Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ Ⓔ

ATENÇÃO

- Marque as respostas primeiro a lápis e depois cubra com caneta esferográfica de tinta preta.
- Marque apenas uma letra para cada questão, mais de uma letra assinalada implicará anulação dessa questão.
- Responda a todas as questões.
- Não será permitida qualquer espécie de consulta, nem o uso de máquina calculadora.
- Você terá 2 horas para responder a todas as questões e preencher a Folha de Respostas.
- Ao término da prova, chame o fiscal da sala para devolver o Caderno de Questões e a sua Folha de Respostas.
-

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

1. Todo número racional pode ser escrito como fração contínua finita. Segue abaixo um exemplo de fração contínua finita.

$$2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{6}}}$$

A fração contínua finita indicada corresponde a um número racional cuja representação decimal é uma dízima de período

(A) 259.

(B) 257.

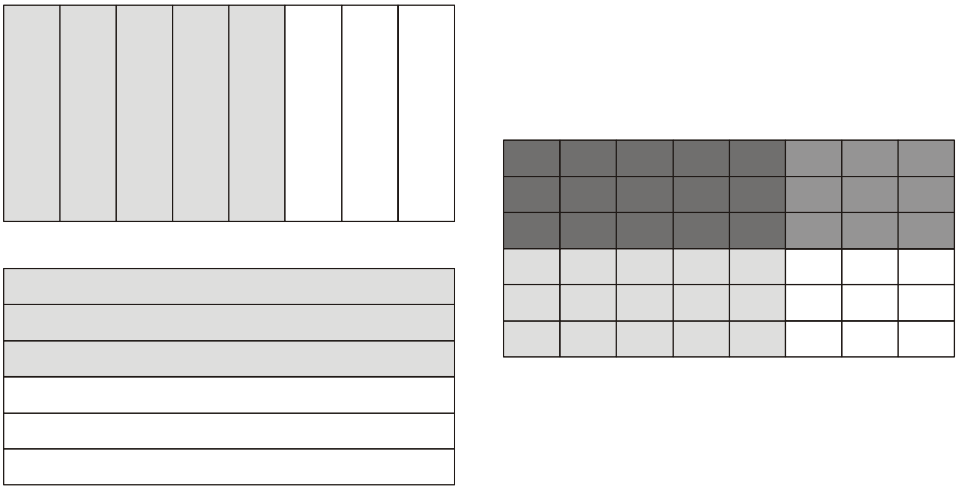
(C) 239.

(D) 197.

(E) 175.

---

2. A sequência de figuras abaixo sugere um recurso visual para ilustrar a operação



(A) $\frac{5}{8}+\frac{3}{6}=\frac{54}{48}$

(B) $\frac{5}{8}-\frac{3}{6}=\frac{6}{48}$

(C) $\frac{5}{8} : \frac{3}{6}=\frac{30}{24}$

(D) $\frac{5+3}{8+6}-\frac{29}{112}=\frac{5}{16}$

(E) $\frac{5}{8}\cdot\frac{3}{6}=\frac{15}{48}$

3. Em Didática da Matemática – Reflexões psicopedagógicas, obra organizada por Parra e Saiz, há um artigo do matemático espanhol Luis Santaló, do qual foram extraídos os trechos abaixo.

... é importante instruir o quanto antes acerca das manipulações simples do cálculo literal e na interpretação e manipulação de fórmulas, porém basta limitar-se a expressões simples de uso comum, sem necessidade de entediar os alunos com cansativos cálculos que envolvam monômios, polinômios e expressões algébricas complicadas.

... função exponencial e os logaritmos são importantes, porém estes últimos com poucos decimais e através de calculadoras de bolso...

Santaló recomenda ainda que a escola mostre

elementos da teoria da amostragem, para que o aluno possa entender as bases das pesquisas de opinião pública ... a existência de uma teoria da decisão ... a idéia da unidade de informação (bit) e sua aplicação a exemplos simples...

As citações sugerem que Santaló

(A) lamenta o uso da calculadora nas aulas de Matemática porque esta embota a capacidade de cálculo.

(B) recomenda o ensino de cálculo algébrico de mais complexidade a partir do 6º ano (5ª série) do Ensino Fundamental.

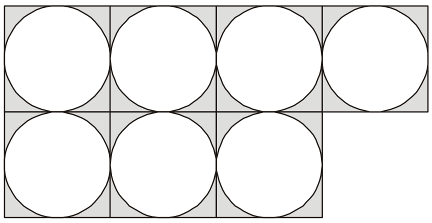
(C) considera que tópicos de estatística e de tratamento da informação não deveriam fazer parte do currículo de Ensino Fundamental.

(D) considera importantes os logaritmos com poucos decimais típicos das calculadoras de bolso.

(E) recomenda, ao lado de tópicos novos no currículo, um tratamento diferente de tópicos tradicionais, evitando excesso de cálculos.

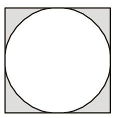
---

4. A figura abaixo mostra parte de um painel decorativo, que mantém o mesmo padrão geométrico em toda sua extensão.



Deseja-se calcular aproximadamente a porcentagem da área total do painel ocupada pelos círculos. Uma maneira de resolver esse problema consiste em considerar um problema mais simples (estratégia sugerida em *A Resolução de Problemas na Matemática Escolar*, organizado por Krulik e Reys).

Nesse caso, bastaria calcular a porcentagem da área do círculo em relação ao setor do painel que é reproduzido abaixo.



Dentre os valores abaixo, o que mais se aproximada da porcentagem desejada é

(A) 86%

(B) 82%

(C) 78%

(D) 72%

(E) 68%

5. Em uma turma de 40 estudantes sabe-se que nenhum é irmão do outro, e que apenas 4 meninos e 3 meninas são filhos únicos. Uma pesquisa com esses estudantes permitiu elaborar a seguinte tabela:

	zero irmão	um ou mais irmãos
Número de estudantes com irmãos do sexo masculino	12	28
Número de estudantes com irmãos do sexo feminino	10	30

De acordo com essas informações, a porcentagem de estudantes da sala que possuem ao menos um irmão do sexo masculino e uma irmã do sexo feminino é

(A) 47,5%.

(B) 50%.

(C) 62,5%.

(D) 65%.

(E) 68,5%.

---

6. No livro *A resolução de Problemas na Matemática Escolar* (organizado por Krulik e Reys), sugere-se o uso de calculadora na resolução de problemas, pelas novas aprendizagens que propicia. Uma delas diz respeito ao código com que se expressa o raciocínio usado na resolução de um problema. Por exemplo, considere o enunciado abaixo.

Jairo correu 4,5 km em 28 minutos. Se Jairo corre o tempo todo em ritmo constante, qual foi o tempo, em minutos, que ele levou para correr os primeiros 3 km e 50 m da corrida?

Utilizando uma calculadora simples, um código que descreve a resolução do problema é

(A) 4,5 $\boxed{-}$ 3,05 $\boxed{\times}$ 28 $\boxed{\div}$ 4,5 $\boxed{=}$

(B) 3,5 $\boxed{\times}$ 28 $\boxed{\div}$ 4,5 $\boxed{=}$

(C) 4,5 $\boxed{-}$ 0,5 $\boxed{\times}$ 4,5 $\boxed{\div}$ 28 $\boxed{=}$

(D) 3,05 $\boxed{\times}$ 28 $\boxed{\div}$ 4,5 $\boxed{=}$

(E) 3,05 $\boxed{\times}$ 4,5 $\boxed{\div}$ 28 $\boxed{=}$

---

7. Os valores de k para os quais o sistema de equações $\begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ y + z = 1 \\ -x + 2y + kz = 1 \end{cases}$ admite como solução uma única terna ordenada são os números reais

(A) 0 ou 1.

(B) diferentes de 1.

(C) positivos.

(D) diferentes de – 1.

(E) 1 ou 2.

8. A pesquisadora Delia Lerner de Zunino escreve que os professores por ela entrevistados apresentam *"firme e generalizada crença na efetividade da explicação e, sobretudo, da repetição"* além de suporem que *"cada item deve ser ensinado de forma bem separada dos outros itens"* para evitar confusões. Lerner resume essas considerações assim:

"ensinar consiste em explicar, aprender consiste em repetir (...) o ensinado (...). Como conciliar estas afirmações com o objetivo de 'desenvolver raciocínio' que muitos professores atribuem ao ensino de matemática?" (Citações retiradas *A Matemática na escola: aqui e agora*.)

De acordo com as citações apresentadas, a pesquisadora acredita que

(A) a explicação produz o aprendizado, o qual se revela pela reprodução do que foi explicado, demonstrando assim o raciocínio do aluno.

(B) os professores que entrevistou não veem o desenvolvimento do raciocínio do aluno como um objetivo do ensino de Matemática.

(C) é importante ensinar separadamente cada item (por exemplo, perímetro separado de área ou análise combinatória separada de probabilidade) para evitar que os alunos se confundam.

(D) há uma contradição entre basear o ensino em explicações e repetições e pretender o desenvolvimento do raciocínio do aluno.

(E) o aprendizado da matemática só pode desenvolver o raciocínio do aluno quando existe a repetição do que se ensina, ao menos duas ou três vezes.

---

9. Observe os registros feitos por um professor na lousa de uma sala de aula:

$$ABCD = 10^3 \,.\, A + 10^2 \,.\, B + 10^1 \,.\, C + 10^0 \,.\, D$$
$$ABCD = (999 + 1) \,.\, A + (99 + 1) \,.\, B + (9 + 1) \,.\, C + D$$
$$ABCD = 999 \,.\, A + 99 \,.\, B + 9 \,.\, C + A + B + C + D$$
$$\frac{ABCD}{3} = 333 \,.\, A + 33 \,.\, B + 3 \,.\, C + \frac{A + B + C + D}{3}$$

Analisando os registros é razoável supor que o objetivo do professor era o de discutir a

(A) identificação dos fatores primos de um número de 3 algarismos.

(B) identificação dos fatores primos de um número de 4 algarismos.

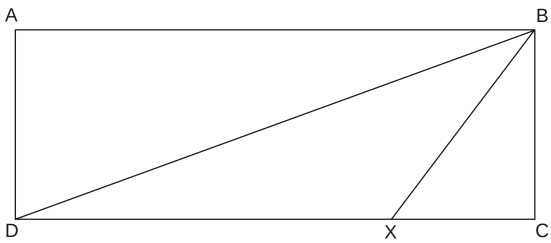
(C) multiplicidade de números de 4 algarismos.

(D) decomposição de um número de 4 algarismos em frações.

(E) divisibilidade de um número de 4 algarismos por 3.

---

10. Na figura abaixo, admita que ABCD é retângulo e os segmentos de reta BX e DX são congruentes.



Considere as afirmações abaixo.

I. O ângulo ABD é congruente ao ângulo BDX por serem alternos internos determinados por paralelas.

II. O ângulo BDX é congruente ao ângulo DBX por serem ângulos da base de um triângulo isósceles.

III. O ângulo ABD é congruente ao ângulo DBX em decorrência das afirmações I e II.

IV. O ângulo XBC é necessariamente congruente ao ângulo ABD em decorrência da afirmação III.

São verdadeiras APENAS as afirmações

(A) I, II e III.

(B) I e II.

(C) II, III e IV.

(D) I e IV.

(E) III e IV.

11. Considere o diálogo abaixo entre o aluno **A**, de 6º ano (antiga 5ª série), e um pesquisador **P**, a respeito da adição 235 + 748 efetuada pelo aluno usando o algoritmo habitual, aprendido quando cursava o 3º ano.

P – Quando somaste disseste: “5 + 8, 13; coloco 3 e levo 1”. O que é esse 1? **A** – 1.

P – Porém, 1 o quê? **A** – 1.

P – Vejamos, que lugar ocupa este algarismo (5 em 235)? **A** – Unidades.

P – E este (3)? **A** – Dezenas.

P – Quanto tu tens 5 mais 8, quanto é? **A** – 13.

P – Tudo é unidade? **A** – Não.

P – O que é o 1? **A** – Dezena.

P – E então, o que será que se leva? **A** – Ah! Se forma uma dezena. Com razão. Eu nunca soube o que era isto. Tiraste-me uma dúvida.

(Adaptado de *A Matemática na escola: aqui e agora*, de Delia Lerner de Zunino.)

Sobre esse diálogo é correto afirmar que

(A) os alunos de 6º ano compreendem muito bem a lógica do algoritmo habitual usado para efetuar adições.

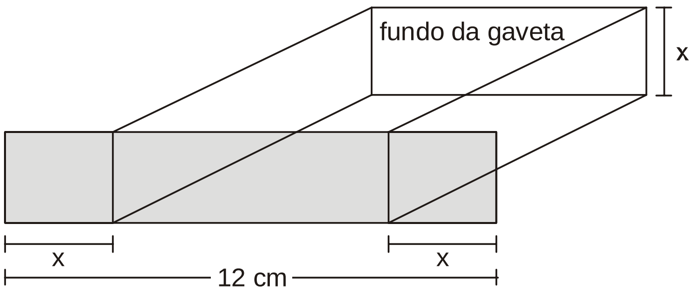
(B) o aluno passou a compreender a lógica do algoritmo para efetuar adição após o pesquisador lhe dar uma breve aula expositiva.

(C) o aluno não compreendia a lógica do algoritmo, mas o pesquisador, por meio de perguntas, levou-o a descobri-la.

(D) o aluno executou a adição corretamente, o que indica compreensão da lógica do algoritmo, ainda que inconsciente.

(E) é irrelevante a compreensão da lógica do algoritmo quando as adições são efetuadas corretamente.

12. A figura indica uma pequena gaveta formada por 5 placas retangulares de madeira:



A área do fundo da gaveta é 18 cm^2 e a parte frontal da gaveta corresponde a um retângulo com 12 cm de base e x cm de altura. O valor de x é

(A) 3,5.

(B) 3.

(C) 2,5.

(D) 2.

(E) 1,5.

13. Leia as afirmações abaixo.

I. Há proporcionalidade direta entre um ângulo, em radianos, e o seu seno.

II. Há proporcionalidade direta entre o lado de um quadrado, em centímetros, e sua diagonal, em centímetros.

III. Há proporcionalidade direta entre os lados e os senos dos ângulos opostos a esses lados em um triângulo qualquer.

IV. Em uma função polinomial de variável x dada por y = ax + b, há proporcionalidade direta entre y – b e x.

São verdadeiras APENAS as afirmações

(A) I, II e III.

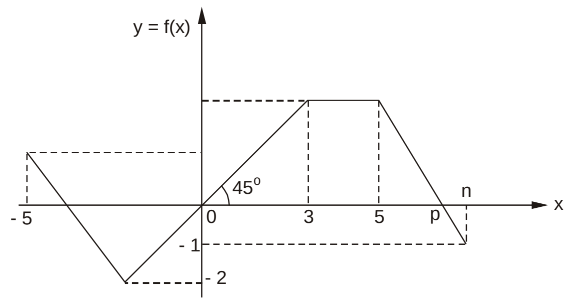
(B) II e IV.

(C) I, II e IV.

(D) II e III.

(E) II, III e IV.

<u>Atenção</u>: Para responder às questões 14 e 15, baseie-se no gráfico abaixo, referente à função f de domínio [- 5, n], sendo n, p números reais e n > p.



14. Sendo m um número real tal que f (m + f (4)) = – 2, é correto afirmar que m é

(A) – 5.

(B) – 3.

(C) – 2.

(D) 2.

(E) 3.

---

15. Sendo p > 5, a relação de dependência entre n e p pode ser expressa por

(A) 4n – 3p – 5 = 0.

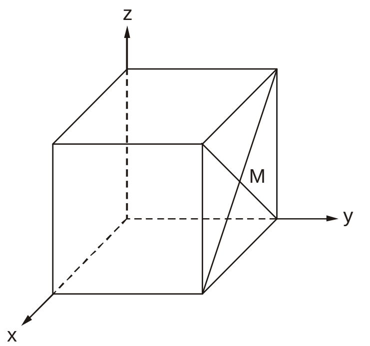
(B) 3n – 4p – 5 = 0.

(C) 3n – 4p + 5 = 0.

(D) 2n + 3p – 3 = 0.

(E) 2n – 3p + 3 = 0.

16. Na figura está representado um cubo de aresta 3, em um sistema de coordenadas cartesianas em três dimensões.



Um vértice do cubo está na origem dos eixos coordenados e três arestas estão sobre os eixos. O ponto M é intersecção das diagonais de uma das faces. Esse ponto corresponde à terna ordenada (a; b; c) na qual a + b + c é igual a

(A) $6\sqrt{2}$

(B) 6

(C) $6 - \sqrt{2}$

(D) $3\sqrt{2}$

(E) 4

---

17. No documento *Orientações curriculares e proposições de expectativas de aprendizagem para o Ensino Fundamental: ciclo 2 – Matemática*, da Secretaria de Educação do Município de São Paulo, sugere-se que os estudantes usem expressões algébricas para expressar a generalização de padrões. Um padrão numérico notável aparece nas igualdades seguintes:

$(1)^2 = 1^3$

$(1 + 2)^2 = 1^3 + 2^3$

$(1 + 2 + 3)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3$

$(1 + 2 + 3 + 4)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$

Generalizando esse padrão pode-se obter uma expressão para a soma dos n primeiros cubos perfeitos em função do número natural n, porque a soma 1 + 2 + ... + n é bem conhecida. Obtém-se

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \frac{an^4 + bn^3 + cn^2}{4}$$

Os coeficientes a, b, c são números naturais cuja soma é

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

(E) 7

---

18. Se a soma de 49 números naturais consecutivos é 7^5, a mediana dessa sequência de números é

(A) 7

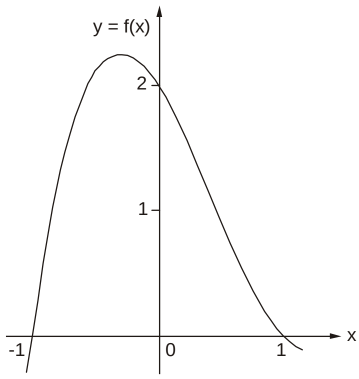
(B) 7^2

(C) 7^3

(D) 7^4

(E) 7^5

19. A figura mostra parte do gráfico da função polinomial $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, com a, b, c, d reais.



Nas condições dadas, b é igual a

(A) – 4.

(B) – 2.

(C) 0.

(D) 2.

(E) 4.

---

20. *A distribuição dos números primos entre os números naturais parece extremamente irregular. Entretanto, Gauss formulou uma hipótese sobre essa distribuição, que foi provada cerca de um século mais tarde. Se n é um número natural e An é a quantidade de números primos existentes de 1 até n, então, de acordo com Gauss, a razão* $\frac{A_n}{n}$ *é aproximadamente igual a* $\frac{1}{\log_e n}$*. (O símbolo* $\log_e n$ *indica o logaritmo neperiano de n, cuja base é* $e \cong 2{,}718$*.) A simples lei que governa o comportamento desta razão é uma das descobertas mais notáveis de toda a Matemática.* (Courant e Robbins em O que é Matemática?)

Sabendo que $\log_e 10 \cong 2{,}3$ e usando a aproximação de A_n decorrente do teorema sugerido por Gauss, conclui-se que de 1 até 1 000 000 a quantidade de números primos está entre

(A) 90 000 e 100 000.

(B) 80 000 e 90 000.

(C) 70 000 e 80 000.

(D) 60 000 e 70 000.

(E) 50 000 e 60 000.

---

21. A circunferência de equação $(x - k)^2 + (y - k)^2 = 1$ é tangente à circunferência de equação $x^2 + y^2 = 4$ no ponto de coordenadas $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$. Dada essa condição, a soma dos valores que o número real k pode assumir é

(A) $2\sqrt{2}$

(B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(C) $\sqrt{2}$

(D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(E) $\frac{\sqrt{2}}{5}$

22. Em um cubo são opostas as faces ABCD e EFGH. A pirâmide de vértices AEFH tem volume V. O volume do cubo é

(A) $\frac{3}{2}V$

(B) 2V

(C) $\frac{7}{3}V$

(D) 3V

(E) 6V

---

23. Se o número complexo $a + bi$ é representado no plano complexo pelo ponto A e o produto $i \times (a + bi)$ é representado pelo ponto A’, então, necessariamente,

(A) uma rotação de 90° de A em torno da origem resulta em A’.

(B) a reflexão de A no eixo real coincide com A’.

(C) a reflexão de A no eixo imaginário resulta em A’.

(D) A’ representa o número complexo conjugado de $a + bi$.

(E) A’ representa o módulo de $a + bi$.

---

24. Partindo da situação da figura 1, na qual C indica o centro da circunferência, r e s são retas perpendiculares, o procedimento descrito em dois passos permite que se construa, com régua e compasso, o lado de um decágono regular.

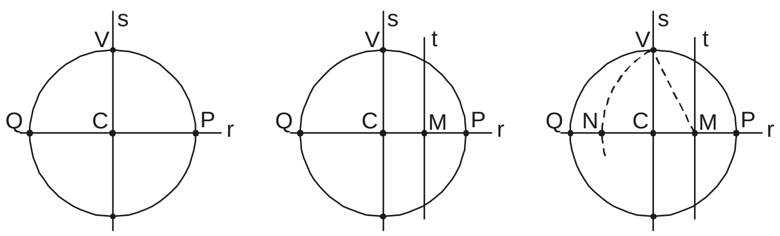


figura 1 passo 1 passo 2

Passo 1: traçamos a mediatriz t de $\overline{CP}$, e marcamos o ponto M na intersecção de r e t.

Passo 2: traçamos uma circunferência de centro M e raio $\overline{MV}$, e marcamos o ponto N na sua intersecção com r.

De acordo com o procedimento descrito, pode-se demonstrar que a medida de $\overline{CN}$ corresponde ao lado de um decágono regular inscritível na circunferência feita no início da construção.

Admitindo-se que essa circunferência tenha raio medindo 4 cm, o lado do decágono regular inscritível a ela, em centímetros, será igual a

(A) $\sqrt{5} - 2$

(B) $\sqrt{3} - 1$

(C) $2(\sqrt{3} - 1)$

(D) $2(\sqrt{5} - 1)$

(E) $2\sqrt{5} - 1$

25. Como recurso didático para a discussão sobre a base de um sistema posicional de numeração, um professor elaborou a seguinte estrutura de um sistema ternário: ☹ = zero, 😐 = um, ☺ = dois.
Alguns exemplos de números escritos nesse sistema em correspondência com o sistema de numeração que usamos habitualmente são:

😐 ☺ = 5

😐 ☹ ☺ 😐 = 34

☺ ☺ 😐 ☹ ☹ = 225

No sistema elaborado pelo professor, o número 78 deve ser representado por

(A) ☺ 😐 ☺ ☹

(B) ☺ ☺ ☺ ☹

(C) 😐 ☺ ☺ ☹

(D) 😐 ☺ ☹ ☺

(E) ☹ ☺ ☺ ☺

---

26. NÃO condiz com as opiniões e fatos expressos no *Caderno de orientação didática: referencial de expectativas para o desenvolvimento da competência leitora e escritora no ciclo II do ensino fundamental da área de matemática* da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo a seguinte afirmação:

(A) Os alunos têm significativas dificuldades no entendimento do texto de problemas matemáticos, situação causada por total desconhecimento da língua portuguesa.

(B) O diálogo do professor com os alunos é "ferramenta" de trabalho do professor, sendo importante que todos possam expressar ideias objetivamente, argumentar, fazer interpretações.

(C) O desenvolvimento da competência leitora e escritora dos alunos deve ser também tarefa do professor de Matemática.

(D) Em geral, a prática dos professores ainda não favorece o diálogo com os alunos, já que estes são solicitados a responder apenas questões ligadas à atenção e à memória.

(E) Abordar diferentes gêneros textuais na aula de Matemática, traduz atitude interdisciplinar: professor e alunos vão transitar por diferentes linguagens, incluindo algumas aparentemente distantes da Matemática.

---

27. No documento *Orientações curriculares e proposição de expectativas de aprendizagem para o ensino fundamental II: Matemática* da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo, há a seguinte descrição de uma atividade matemática:

Antônio lançou uma moeda três vezes consecutivas e anotou o resultado: CKC,
que significa coroa—cara—coroa. Depois repetiu a brincadeira e anotou: CCK,
que significa coroa—coroa—cara. Ele continuou lançando a moeda, sempre por
três vezes consecutivas, e anotando os resultados: KKC, KCK, KCC, CKC, CCK, CCC.

Sobre a situação descrita, considere as afirmações:

I. O total de distintos resultados possíveis é 8.
II. Sem considerar a ordem, a probabilidade de se obter duas caras e uma coroa em 3 lançamentos consecutivos é 3/8.
III. O resultado KCK é mais provável que o resultado KKK.

É correto o que se afirma APENAS em

(A) III.

(B) II e III.

(C) I e III.

(D) I.

(E) I e II.

28. Ana, Beto, Carla, Diogo e Érica participaram do sorteio das raias 1, 2, 3, 4 e 5 para uma disputa final de natação. Por ter vencido as eliminatórias, Ana terá direito de escolher, antes do sorteio, a raia em que NÃO quer nadar.

Após Ana ter escolhido a raia 1, o sorteio foi realizado. A probabilidade de Ana ter de nadar em uma raia ao lado da raia de Beto é

(A) 13,70%

(B) 24,25%

(C) 38,40%

(D) 43,75%

(E) 46,20%

29. Dizemos que dois números naturais são "primos entre si" se o máximo divisor comum deles é 1. Por exemplo, 8 e 15 são primos entre si, ou 8 é primo relativamente a 15. Há uma função denotada por φ (leia fi), chamada função de Euler, relacionada com os primos entre si: $\varphi(n)$ *é o número de inteiros de 1 até n que são relativamente primos com n* (segundo Courant e Robbins em *O que é Matemática*). Por exemplo, $\varphi(8) = 4$, pois há quatro números naturais de 1 a 8 que são primos com 8 (são 1, 3, 5, 7).

Para calcular $\varphi(p^n)$, sendo p um número primo, um método é considerar os p^n números que existem de 1 até p^n e dessa quantidade retirar a quantidade correspondente aos múltiplos de p. Esses múltiplos são p, 2p, 3p, ..., $p^{n-1} \cdot p$, ou seja, são p^{n-1} no total. Portanto, $\varphi(p^n)$ é dada por

(A) p^n

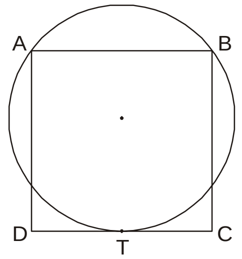
(B) $(n + 1)p$

(C) $p^n + p^{n-1}$

(D) $np - (n - 1)p$

(E) $p^n - p^{n-1}$

30. A figura indica um quadrado ABCD e uma circunferência ABT, sendo T o ponto de tangência com $\overline{CD}$.



A razão entre a área da circunferência ABT e a área do quadrado ABCD é

(A) $\frac{5}{8}$

(B) $\frac{5\pi}{8}$

(C) $\frac{\sqrt{10}\pi}{4}$

(D) $\frac{25\pi}{64}$

(E) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$